

Dansk Livscyklusmodel (DALI):
**Adfærds- og fordelingsvirkninger
af pensionsreformer**

Jeppe Druedahl* i samarbejde med DREAM**

*Københavns Universitet, Økonomisk Institut og CEBI ·
**Danish Research Institute for Economic Analysis and Modelling



1. Introduktion

Policy-baggrund. Det danske pensionssystem er internationalt anerkendt som ét af verdens stærkeste – den samlede pensionsformue svarer til 200 pct. af BNP, og 9 ud af 10 beskæftigede sparer op (F&P, 2026). Systemet står dog over for en række vedvarende balanceproblemer, som Kommissionen om Tilbagetrækning og Nedslidning (2022, herefter Pensionskommissionen) har dokumenteret. Tre dilemmaer er centrale: (i) det komplicerede samspil mellem offentlige indtægtsregulerede ydelser og opsparingsbaserede pensioner, som påvirker både opsparingsincitamenter og fordeling; (ii) levetidsindekseringen af folkepensionsalderen og dens fordelingsmæssige konsekvenser på tværs af uddannelses- og indkomstgrupper; og (iii) en stor restgruppe – ifølge F&P (2026) op mod en halv million danskere med gode indkomster – der sparer for lidt op og dermed pålægger systemet et *free rider*-problem. SMILE-fremskrivninger (Markeprand, 2023) viser desuden, at andelen af pensionister, der ikke modregnes i folkepensionens tillægsydelse, falder fra godt 40 pct. til ca. 25 pct. frem mod 2080, og at samspillet mellem voksende private pensioner og indtægtsregulerede ydelser dermed bliver stadig vigtigere for både fordeling og adfærd.

Forskningsproblem. Strukturelle livscyklusmodeller med heterogenitet, usikkerhed, begrænset likviditet og både kontinuerte og diskrete valg har siden 1990'erne været centrale for forståelsen af forbrugs- og opsparingsbeslutninger, arbejdsudbud og tilbagetrækning (Browning og Lusardi, 1996; Heathcote, Storesletten og Violante, 2009).¹ Sådanne modeller har dog hidtil kun spillet en indirekte rolle i policy-udformning – også i Danmark. De anvendte danske modeller dækker hver især kun dele af det relevante problemkompleks: MAKRO indeholder livscyklusdynamik, men kun begrænset heterogenitet (på tværs af generationer), mens SMILE har detaljeret heterogenitet og institutionel rigdom, men ingen usikkerhed eller fremadskuende intentionelle valg. Dermed kan ingen af de eksisterende danske modeller fuldt ud besvare det centrale spørgsmål: *Hvordan reagerer husholdninger på ændrede pensionsregler, når de er forskelligt stillede og handler under usikkerhed og begrænset likviditet?* Dette er afgørende for at vurdere både adfærdsvirkninger (arbejdsudbud, opsparing, tilbagetrækning) og fordelingsvirkninger i et livscyklusperspektiv. Den afgørende numeriske udfordring har været, at løsningstiden for strukturelle livscyklusmodeller vokser eksponentielt med antallet af tilstandsvariable, hvilket har begrænset realismen i de policy-analyser, modellerne har kunnet bære.

Vores løsning. I igangværende forskning har jeg sammen med Jacob Røpke og Raphaël Huleux vist, at deep learning med neurale netværk gør det muligt at løse langt større livscyklusmodeller end tidligere. I Druedahl og Røpke (2026, indsendt til tidsskrift) løser vi en konveks model med 8 varige forbrugsgoder, 9 valg og 10 tilstande på under fire timer på ét mid-range grafikkort – en størrelse, der hidtil har været uden for rækkevidde for klassiske metoder. I det igangværende arbejdspapir Druedahl, Huleux og Røpke (2026) udvider vi metoden med en ny DeepV-algoritme, der kan håndtere diskrete valg og ikke-konveksiteter (f.eks.

¹Den moderne forbrugs-opsparingslitteratur tager udgangspunkt i den såkaldte buffer-stock model (Deaton, 1991; Carroll, 1997) og videreudvikler den i flere retninger: med boligejerskab og illikvide aktiver (Kaplan og Violante, 2014), med endogent arbejdsudbud og humankapital-akkumulation (Imai og Keane, 2004), med porteføljevalg over risikable og risikofrie aktiver (Cocco, Gomes og Maenhout, 2005), og med detaljerede pensionssystemer (Scholz, Seshadri og Khitatrakun, 2006).

faste justeringsomkostninger). Vi demonstrerer dette ved at løse en stor livscyklusmodel med samtidigt arbejdsudbud, humankapital, bolig- og realkreditvalg og porteføljevalg – på 12 timer på ét grafikkort. Begge metoder er implementeret i open source-pakken EconDLSolvers til Python.

Projektets mål. Formålet med dette projekt er at tilpasse de nye løsningsmetoder til en model kalibreret til dansk registerdata og dermed levere den første strukturelle livscyklusanalyse af danske pensionsreformer med både realistisk heterogenitet, usikkerhed og fremadskuende valg. Modellen kalder vi *DANSK Livscyklusmodel (DALI)*. Projektet udføres i samarbejde med DREAM, der gennem SMILE har omfattende erfaring med at modellere det danske pensionssystem og indsigt i, hvilke institutionelle elementer der er centrale for policy-relevans. Forventet første output er et arbejdspapir med metoden og en første DALI-policy-analyse ultimo 2027; projektet afsluttes med indsendelse af papir til internationalt tidsskrift (sigte: *Econometrica*, *Journal of Political Economy* og *Review of Economic Studies*) samt en mindre teknisk policy-rapport medio 2028.

Struktur. Afsnit 2 beskriver løsningsmetoderne og de nødvendige tekniske udvidelser. Afsnit 3 beskriver DALI-modellen og kalibreringsstrategien. Afsnit 4 ridser de centrale policy-analyser op. Afsnit 5 og 6 indeholder arbejdsplan og budget.

2. Deep learning-løsningsmetoder og nye bidrag

Eksisterende metode. Vores deep learning-metoder approksimerer både modellens værdi- og policy-funktioner med dybe neurale netværk frem for tabuleringer på et på forhånd fastlagt grid. Det udnytter, at neurale netværk kan approksimere komplekse højdimensionelle funktioner (Hornik, Stinchcombe og White, 1989), at de er effektivt implementeret i moderne software med automatisk differentiering, og at de kan udnytte beregningskraften i moderne grafikkort (GPU). Netværkene trænes på simulerede stikprøver fra modellen selv, hvilket koncentrerer beregningskraften om de tilstande, husholdningerne faktisk besøger – den såkaldte *curse of dimensionality* tæmmes hermed (jf. Fernández-Villaverde, Nuño og Perla, 2024). To algoritmer (DeepFOC og DeepSimulate) er udviklet til konvekse modeller; en tredje (DeepV) arbejder direkte på Bellman-ligningen og håndterer diskrete valg og ikke-konveksiteter.

Nye metodebidrag i projektet. For at gøre metoden anvendelig til en detaljeret dansk pensionsreform-analyse er der behov for to selvstændige metodiske udvidelser:

(a) **Multikohorte-løsning med surrogat-tilstande.** Den eksisterende algoritme antager én repræsentativ kohorte. Når en pensionsreform annonceres på et bestemt tidspunkt, og herefter gradvist indføres, sker det for forskellige kohorter i forskellige aldre, hvilket gør, at de skal have forskellig adfærd. Ved at løse simultant på tværs af kohorter, og lade de neurale netværk fange symmetrier og underliggende strukturer i adfærden, forventer vi, at det vil kunne håndteres med en begrænset stigning i den krævede beregningskraft.

(b) **Transfer learning til kalibrering.** DALI skal kalibreres til danske datamomenter (livscyklusprofiler for forbrug, opsparing, arbejdsudbud og porteføljesammensætning). DeepV-algoritmens mulighed for *transfer learning* – hvor en tidligere løsning bruges som udgangspunkt for et nyt parametersæt – gør, at vi forventer at kunne gennemføre kalibreringen iterativt med en beregningstid pr. iteration på en brøkdel af en fuld løsning.

Skalering. Metoden er stærkt skalerbar, men kræver yderligere regnekraft. Vores største livscyklusmodel til dato kører på ca. 12 timer på ét grafikkort. DALI vil være væsentligt større og kræver desuden mange iterationer til kalibrering. Vi planlægger derfor at køre på flere grafikkort parallelt og er i færd med at få adgang til Gefion, den danske AI-supercomputer etableret af Novo Nordisk Fonden og Eksport- og Investeringsfonden (EIFO), der råder over 1.528 NVIDIA H100-GPU'er. Som alternativ har vi adgang til KU's interne GPU-cluster. Ingen livscyklusmodel er endnu løst i den skala, vi planlægger.

3. DAnsk Livscyklusmodel (DALI)

Modelarkitektur. DALI tager udgangspunkt i en strukturel livscyklusmodel som inkluderer

- Heterogenitet på køn, præferencer (diskontering, risikoaversion) og evner.
- Familievalg og børn under usikkerhed om fertilitet, helbred og dødelighed.
- Uddannelses-, arbejdsudbuds- og tilbagetrækningsvalg under usikkerhed om jobmuligheder, lønudvikling og humankapital-akkumulation.
- Bolig- og finansieringsvalg under usikkerhed om priser, renter og refinansiering.
- Porteføljevalg over risikable og risikofrie aktiver med usikre afkast samt modtagelse af arv.

Detaljeret pensions- og skattemodul. Modelleringen af de generelle livscykluselementer vil være kompakt, men kalibreret til danske registerdata. To områder modelleres med markant højere detaljegrad, fordi de er centrale for pensionsreform-analyser:

- Skatte- og overførselssystemet med indkomstafhængige tillægsydelser, modregningsregler og marginalsatser.
- Pensionssystemet med både offentlige ydelser (folkepension, pensionstillæg, ældrecheck), obligatoriske ordninger (ATP og Obligatorisk Pensionsordning, OP) og opsparingsbaserede ordninger (arbejdsmarkedspension, aldersopsparing, ratepension med tilhørende fradragslofter).

Samspillet mellem skat, overførsler og pensionsudbetalinger er så centralt for både adfærd og fordeling, at det er nødvendigt at modellere begge områder med betydelig detaljegrad. Detaljegraden vil næppe nå op på SMILE's institutionelle realisme, men vil overgå enhver tidligere strukturel livscyklusmodel.

Kalibrering og data. DALI kalibreres til danske registerdata fra Danmarks Statistik via *simulated method of moments*. Centrale momenter omfatter livscyklusprofiler for forbrug, opsparing, arbejdsudbud, boligejerskab og porteføljesammensætning – stratificeret efter uddannelse, indkomst og familietype. Adgang til registerdata sker via projektets eksisterende DST-aftale ved Økonomisk Institut og CEBI. DREAM bidrager med ekspertise om indkomst- og opsparingsadfærd fra MAKRO- og SMILE-arbejdet.

Afgrænsning. Projektet leverer en partiel-ligevægts-analyse i en lille åben økonomi (afkast og lønudvikling betragtes som givne). Modellen konstrueres, så den senere kan udvides med endogen prisdannelse, fx på boligmarkedet, eller indlejres i en større generel-ligevægts-ramme i et opfølgende projekt.

4. Analyse af pensionsreformer

Centrale spørgsmål. Projektets primære analyser fokuserer på to spørgsmål, som direkte adresserer de dilemmaer, Pensionskommissionen (2022) har identificeret:

(1) **Pensionsalderens effekter på arbejdsudbud, skatteindtægter og fordeling.** Pensionskommissionen anbefaler en lempeligere levetidsindeksering fra 2045 (80/20-fordeling af levetidsforbedringer mellem arbejdsliv og pensionsperiode). DALI gør det muligt at kvantificere både provenu- og adfærdsmæssige effekter af alternative indekseringer – herunder hvor stor en del af effekten, der medieres gennem ændringer i selvbetalt tilbagetrækning, opsparingsadfærd og porteføljevalg. Givet de voksende pensionsformuer bliver selvbetalt tilbagetrækning før folkepensionsalderen stadig mere relevant – en kanal, som eksisterende modeller i Danmark ikke kan håndtere konsistent.

(2) **Fordelingsvirkninger i et livscyklusperspektiv.** Modellens rige heterogenitet gør det muligt at karakterisere vindere og tabere af pensionsreformer langs uddannelse, sundhed, indkomst og forventet

levetid. En højere pensionsalder forventes at have størst negativ velfærdseffekt for dem, der tvinges til at udskyde pensionen, mens effekten er mindre for dem, der alligevel ville arbejde længere. Dem, der dør før pensionsalderen, lider intet direkte velfærdstab. Modellen bidrager dermed med kvantitative svar på Pensionskommissionens spørgsmål om *retfærdighed inden for generationer*.

Sekundære analyser. Med relativt begrænset ekstrainsats kan DALI desuden anvendes til at analysere yderligere anbefalinger fra Pensionskommissionen, herunder (i) det ekstraordinære ATP-bidrag til personer med begrænset egen pensionsopsparing (*free rider*-problemet, jf. F&P, 2026), (ii) ændringer i det ekstra pensionsfradrag, og (iii) reformer af modregningen i pensionstillægget og boligydelsen, hvor SMILE-fremskrivningerne peger på markant voksende effekter frem mod 2080.

Forskningsmæssig position. Projektet leverer to typer bidrag: (a) Et *metodisk* bidrag om, hvordan deep learning kan operationaliseres til realistiske policy-analyser med multikohorte-strukturer og datadrevet kalibrering. (b) Et *anvendt* bidrag, hvor DALI bruges som første demonstrationsanvendelse. Begge dele sigter mod international publicering på højt niveau og er motiveret af en konkret dansk policy-debat.

5. Arbejdsplan og milepæle

Projektet ledes af Jeppe Druedahl og udføres i tæt samarbejde med Jacob Røpke (CEBI/KU) og Raphaël Huleux (CEBI/KU) som en integreret del af et igangværende forskningsprogram, hvor DALI udgør den centrale empiriske anvendelse. Fra DREAM frikøbes Tobias Markeprand til at sikre den institutionelle realisme og koblingen til SMILE og MAKRO. Mellemresultater præsenteres løbende på Københavns Universitet og i DREAM for sparring fra begge miljøer.

Tidsplan og forventede output:

- **2. halvår 2026:** Løsningsmetoden færdigudvikles med multikohorte-udvidelse. Første skitse til DALI udarbejdes, og kalibreringsstrategi opsættes.
- **1. halvår 2027:** DALI løses i fuld størrelse. Match til danske registermomenter etableres. Første eksempel på policy-analyse (alternativ levetidsindeksering) gennemføres.
- **2. halvår 2027:** Arbejdsrapport med DALI og første policy-analyse cirkuleres (*forventet første output*).
- **1. halvår 2028:** Endelig kalibrering, robusthedsanalyser og udvidet policy-analyse. Rapport indsendes til internationalt tidsskrift, og mindre teknisk policy-rapport publiceres (*forventet afslutning*).